BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№3 *Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası* *2013*

FİZİKA

УДК 539.21

ТЕРМОЭДС И ЭФФЕКТ НЕРНСТА–ЭТТИНГСГАУЗЕНА В РАЗМЕРНО-КВАНТОВАННОЙ ПЛЕНКЕ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Б.М.АСКЕРОВ, С.Р.ФИГАРОВА, М.М.МАХМУДОВ

Бакинский Государственный Университет

figarov@bsu.az

В работе вычисляется термоэдс и коэффициент Нернста-Эттингсгаузена в размерно-квантованной пленке в сильном магнитном поле. Получено, что с уменьшением толщины пленки, коэффициент Нернста-Эттингсгаузена возрастает и в зависимости от значения концентрации может стать даже больше, чем в массивном образце. В поперечном квантующем магнитном поле размерно-квантованная пленка становится аналогом квантовой точки, в которой движение ограничено по всем трем направлениям. Пользуясь волновыми функциями и энергетическим спектром можно показать, что в этом случае термоэдс выражается через энтропию электронного газа, которая, в свою очередь, пропорционально плотности состояния. Так как плотность состояний является осциллирующей функцией, то и термоэдс осциллирует. Определено максимальное значение термоэдс размерно-квантованной пленки в квантующем магнитном поле.

Ключевые слова: размерно-квантованная пленка, квантующее магнитное поле, термоэдс, эффект Нернста-Эттингсгаузена.

Интенсивные теоретические и экспериментальные исследования квантово-размерных структур, произведенные в последние десятилетия, привлекли к себе внимание также в связи с возможностью их использования в термоэлементах и для увеличения термоэлектрической эффективности. Исследования в этом направлении начались с работ Хикса и Дрессельхауза [1], которые показали, что можно существенно в два-три раза и более увеличить термоэлектрическую эффективность путем приготовления термоэлектрического материала в форме структуры с квантовыми ямами. Магнитное поле существенно влияет на структуры с квантовыми ямами, а также на явления переноса в них. Поэтому в данной работе изучается влияние размерного квантования и сильного магнитного поля на такие термомагнитные явления, как термоэдс и эффект Нернста-Эттингсгаузена. Получены аналитические выражения для компонент гальвано- и термомагнитных тензоров в сильном магнитном поле. Найдено условие реализации квантового размерного эффекта для вырожденного электронного газа. Показано, что в тонких размерно-квантованных пленках термоэдс может быть на 20% больше, чем в массивном образце. Получено, что с уменьшением толщины пленки, коэффициент Нернста-Эттингсгаузена возрастает и в зависимости от значения концентрации может стать даже больше, чем в массивном образце. В поперечном квантующем магнитном поле размерно-квантованная пленка становится аналогом квантовой точки, в которой движение ограничено по всем трем направлениям. Пользуясь волновыми функциями и энергетическим спектром можно показать, что в этом случае термоэдс выражается через энтропию электронного газа, которая, в свою очередь, пропорционально плотности состояния. Так как плотность состояний является осциллирующей функцией, то и термоэдс осциллирует. Определено максимальное значение термоэдс размерно-квантованной пленки в квантующем магнитном поле.

Термомагнитные эффекты в размерно-квантованной пленке в сильном классическом магнитном поле.

Если толщина образца становится соизмеримой с длиной волны де-Бройля электрона, то поперечное движение носителей тока квантуется, происходит перестройка спектра и волновых функций, и спектр становится частично дискретным.

В условиях размерного квантования, имеющего место в тонких пленках, как было сказано выше, квантуется только поперечное движение, в плоскости же пленки движение подчиняется обычному уравнению Больцмана. Такой подход справедлив только в области классических магнитных полей. Когда магнитное поле, перпендикулярное поверхности пленки, становится квантующим, то происходит квантование электрона во всех направлениях и кинетическое уравнение неприменимо. Квантование спектра носителей тока существенно влияет на кинетические свойства образца. Рассмотрению электронных явлений переноса в размерно-квантованных пленках и проволоках посвящен ряд работ (см. обзор [2, 3]). В частности, в [4] методом квантового кинетического уравнения исследовалась проводимость тонких пленок в магнитном поле. В [5] рассматривалась термоэдс вырожденного электронного газа в тонкой проволоке в сильном магнитном поле. Исследовались случаи продольного и поперечного магнитного поля относительно оси проволоки. В поперечном поле учтен вклад от диамагнетизма электронного газа. В работе [6] найдена величина дифференциальной термоэдс невырожденного электронного газа без магнитного поля при рассеянии носителей тока на акустических фононах. В квантующем магнитном поле термоэдс размерно-квантованной пленки вычислялось в [7, 8] и было показано, что имеет место существенное возрастание термоэдс по сравнению с массивным образцом.

Здесь рассматриваются термомагнитные эффекты, а именно, термоэдс и коэффициент Нернста-Эттингсгаузена размерно-квантованной пленки как в классически сильном магнитном поле, когда применим метод кинетического уравнения, так и в квантующем магнитном поле. В этом случае приходится исходить из квантомеханического рассмотрения задачи.

Рассмотрим тонкую пленку, толщиной d. Ось z направим по нормали к пленке. Движение носителей тока вдоль оси z будет ограничиваться поверхностью пленки. В качестве модели потенциала пленки $U(z)$ примем прямоугольную яму с плоским дном и бесконечно высокими стенками, т.е.

$$U(z) = \begin{cases} 0 & при \quad 0 < z < d \\ \infty & при \quad z > d \end{cases} .$$

В плоскости (x, y) пленки будем считать, что $U(x, y) = const$. В этом случае одноэлектронные нормированные волновые функции и энергетический спектр носителей тока для заданного распределения потенциала имеют вид [9]:

$$\psi_{n,k_x,k_y}(x, y, z) = \frac{2}{(L_x L_y d)^{1/2}} \sin\left(\frac{\pi z}{d} n\right) \exp[i(k_x x + k_y y)], \tag{1}$$

$$\varepsilon(n, k_x, k_y) = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\pi}{d}\right)^2 n^2 + \frac{\hbar^2}{2m}(k_x^2 + k_y^2), \tag{2}$$

где m - эффективная масса носителей тока, L_x и L_y - соответствующие размеры пленки в плоскости (xy), $n = 1, 2, 3, ...$ - размерные квантовые числа. Видно, что состояние электрона определяется тремя числами n, k_x, k_y одно из которых принимает дискретные значения.

Как известно, используя (2), для плотности состояний $g(\varepsilon)$ размерно-квантованной пленки с параболической энергетической зоной имеем

$$g_{пл}(\varepsilon) = \frac{m}{\pi \hbar^2 d}\left[\sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}}\right] , \tag{3}$$

где $\left[\sqrt{\varepsilon/\varepsilon_1}\right]$ - целая часть от $\sqrt{\varepsilon/\varepsilon_1}$, т.е. число подзон, дно которых находится ниже заданной энергии ε, $\varepsilon_1 = \varepsilon(n = 1, k_x = k_y = 0) = (\hbar^2/2m)(\pi/d)^2$. Можно показать, что, соответствующая данному спектру (2) и плотности состояний (3), связь концентрации с уровнем Ферми вырожденного газа имеет вид [9]:

$$n_{эл} = \frac{m}{\pi \hbar^2 d} n_0 \left[\zeta_F - \varepsilon_1 \frac{(n_0 + 1)(n_0 + 2)}{6}\right] , \tag{4}$$

где $n_0 = \left[(\zeta_F / \varepsilon_1)^{1/2}\right]$, ζ_F - энергия Ферми. Эта формула справедлива для пленок произвольной толщины. Необходимым условием реализации квантового размерного эффекта для вырожденного электронного газа является $d \approx \pi\hbar/\sqrt{2m\bar{\varepsilon}}$, где $\bar{\varepsilon} = \zeta_F$.

Перейдем к вычислению термоэдс α и коэффициента Нернста-Эттингсгаузена Q, которые выражаются через компоненты гальвано- и термомагнитных тензоров. Как было отмечено выше, в неквантующем поперечном магнитном поле для нахождения компонент гальвано- и термомагнитных тензоров используется решение уравнения Больцмана, с помощью которого определяется плотность тока и потока энергии. В случае сильного магнитного поля для термоэдс α после разложения по параметру $(\Omega\tau)^{-1} << 1$ ($\Omega = (eB/m)$ - циклотронная частота) получим:

$$\alpha = \frac{\beta_{12}}{\sigma_{12}}, \tag{5}$$

где в классически сильном магнитном поле компоненты гальвано- и термомагнитных тензоров определяются по формулам:

$$\begin{gathered} \sigma_{12} = \frac{e^2}{\pi dm\Omega} \sum_n \int_{\varepsilon_n} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right) k_\perp^2 \, d\varepsilon, \\ \beta_{12} = -\frac{e}{T\pi dm\Omega} \sum_n \int_{\varepsilon_n} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right) (\varepsilon - \zeta_F) k_\perp^2 \, d\varepsilon, \end{gathered} \tag{6}$$

здесь $\varepsilon_n = \varepsilon_1 n^2$, ε_1 - энергия первого пленочного уровня, а $k_\perp^2 = (2m/\hbar^2)(\varepsilon - \varepsilon_1 n^2)$.

Для коэффициента Нернста-Эттингсгаузена имеем

$$Q = \frac{1}{B}\left(\frac{\beta_{11}}{\sigma_{12}} - \frac{\sigma_{11}\beta_{12}^2}{\sigma_{12}^2}\right), \tag{7}$$

где в классически сильном магнитном поле

$$\begin{gathered} \sigma_{11} = \frac{e^2}{\pi dm\Omega^2} \sum_n \int_{\varepsilon_n} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right) \frac{k_\perp^2}{\tau(\varepsilon)} \, d\varepsilon, \\ \beta_{11} = -\frac{e}{T\pi dm\Omega^2} \sum_n \int_{\varepsilon_n} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right) (\varepsilon - \zeta) \frac{k_\perp^2}{\tau(\varepsilon)} \, d\varepsilon. \end{gathered} \tag{8}$$

где τ - время релаксации, выражение которого дается в работе [10].

Можно показать, что σ_{12} зависит лишь от концентрации и определяется формулой

$$\sigma_{12} = \frac{e n_{эл}}{B}, \tag{9}$$

где $n_{эл} = (2mk_0T/\pi\hbar^2 d)\sum_n F_1(\eta_n)$, $\eta_n = (\zeta_F - \varepsilon_1 n^2)/k_0T$, здесь $F_1(\eta_n)$ - однопараметрический интеграл Ферми.

Рассмотрим вырожденный электронный газ. Подставляя (6) в (5), для поперечной термоэдс размерно-квантованной пленки с вырожденным электронным газом получим выражение:

$$\alpha = \alpha_{\text{i}} \left(\frac{\pi}{3n_{\text{эл}}} \right)^{1/3} \frac{n_0}{d}, \tag{10}$$

где n_0 - число подзон, находящихся ниже уровня Ферми, $\alpha_{\text{ì}}$ - термоэдс массивного образца [9].

Можно показать, что в тонких размерно-квантованных пленках термоэдс может быть на 20% больше, чем в массивном образце.

Перейдем к вычислению коэффициента Нернста-Эттингсгаузена. Как видно из формул (7) и (8), коэффициент Нернста-Эттингсгаузена, в отличие от термоэдс, зависит от конкретного механизма рассеяния. Как показано в [10], в двумерных электронных структурах время релаксации пропорциональна плотности состояния - $\tau^{-1} \propto g_{2D}$. Используя формулы работы [10] в случае рассеяния на акустических фононах для коэффициента Нернста-Эттингсгаузена удается получить аналитические выражения в случае сверхтонких пленок, когда заполнение более высоких пленочных уровней мало. При этом для вырожденного электронного газа получаем:

$$\frac{Q}{Q_{\text{i}}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{n_{\text{эл}} d^3} \right)^{5/3}, \tag{11}$$

где $Q_{\text{ì}}$ - коэффициент Нернста-Эттингсгаузена массивного образца [9].

Как видно из (11), с уменьшением толщины пленки, коэффициент Нернста-Эттингсгаузена возрастает и в зависимости от значения концентрации может стать даже больше, чем в массивном образце.

Термомагнитные явления переноса в размерно-квантованных пленках в квантующем поле.

Если квантующее магнитное поле направить вдоль оси z, то спектр энергии станет полностью дискретным и образованным наложением уровней Ландау и уровней размерного квантования

$$\varepsilon = \hbar\Omega \left(N + \frac{1}{2} \right) + \varepsilon_1 n^2, \tag{12}$$

а волновая функция будет иметь вид

$$\Psi_{N,R_y,n}(x,y,z) = \left(\frac{2}{L_y d} \right)^{1/2} \varphi_N(x - x_0) e^{ik_y y} \sin\left(\frac{\pi z}{d} n \right), \tag{13}$$

где $\varphi_N(x - x_0)$ - нормированная волновая функция осциллятора с главным квантовым числом $N = 0, 1, 2, ...$ и положением равновесия $x_0 = -R^2 k_y$, где $R = (\hbar / m\Omega)^{1/2}$ - магнитная длина.

Дискретность спектра проявится в условиях, когда длина волны де-Бройля будет соизмерима с толщиной пленки и магнитной длиной. Эти условия соответствуют неравенствам $k_0 T \le \varepsilon_1$, $k_0 T \le \hbar\Omega$ и выполняются при довольно низких температурах. Если эксперименты проводить при низких температурах, то для реальных толщин пленок и достижимых магнитных полей можно добиться указанных параметров и в результате наблюдать размерное и магнитное квантование. Согласно формуле (12), в поперечном магнитном поле размерно-квантованная пленка становится аналогом квантовой точки, в которой движение ограничено по всем трем направлениям [12].

Как известно, для вычисления α и Q необходимо знать компоненты гальвано- и термомагнитных тензоров σ_{ik} и β_{ik}. В случае пленки в квантующем магнитном поле σ_{yx} также выражается через концентрацию электронного газа и равна $\sigma_{yx} = en_{\text{эл}} / B$ [4]. Пользуясь волновыми функциями (13) и энергетическим спектром (12), можно показать, что в этом случае термоэдс выражается через энтропию электронного газа [11], которая, в свою очередь пропорционально плотности состояния. Поэтому, зная выражение для плотности состояния можно вычислить термодинамические величины – энтропию и теплоемкость, а также термоэдс.

Для поперечной термоэдс имеем:

$$\alpha = \frac{\beta_{yx}}{\sigma_{yx}} = -\frac{S}{en_{\text{эл}}} =$$

$$= -\frac{k_0 B}{\pi \hbar d n_{\text{эл}}} \sum_{N,n} \left[\ln\left(1 + \exp(\zeta^* - \varepsilon^*_{N,n})\right) + (\varepsilon^*_{N,n} - \zeta^*) f_0(\varepsilon_{N,n}, \zeta) \right], \qquad (14)$$

где $\varepsilon^*_{N,n} = \varepsilon_{N,n} / k_0 T$, $\zeta^*_{N,n} = \zeta_{N,n} / k_0 T$, $f_0(\varepsilon_{N,n}, \zeta)$ - равновесная функция распределения Ферми. В случае, когда ширина подзоны мала по сравнению с характерным расстоянием между ними и квантование магнитным полем слабее размерного квантования, то для термоэдс вырожденного электронного газа можно получить:

$$\alpha = -\frac{1}{en_{\text{эл}}} \frac{\pi^2}{3} k_0^2 T g(\zeta_F), \qquad (15)$$

где $g(\zeta_F)$ - плотность электронных состояний на уровне Ферми. Так как плотность состояний является осциллирующей функцией, то и термоэдс осциллирует. Можно показать, что максимальное значение термоэдс равно:

$$\alpha_{\max} = -\frac{k_0}{en_{\text{эл}}} \ln 2, \qquad (16)$$

где n - число целиком заполненных подзон. Максимальное значение термоэдс пленки больше термоэдс массивного образца в квантующем магнитном поле, которое имеет вид:

$$\alpha_{\text{i}} = -\frac{k_0}{e}\frac{\pi^2}{2}\left(\frac{k_0T}{\zeta}\right)^{1/2}\frac{\hbar\Omega}{\zeta}. \qquad (17)$$

Для оценки можно принять, что $\hbar\Omega/\zeta \approx \bar{n}^{-1}$, и из (16) и (17) окончательно получим, что $\alpha_{\max}/\alpha_0 \approx (\zeta/k_0T)^{1/2}$.

Полученные в данном параграфе выражения для термоэдс размерно-квантованной пленки в квантующем магнитном поле находятся в хорошем согласии с результатами работы [8], где также указывается на то, что термоэдс пленки значительно больше термоэдс массивного образца в квантующем магнитном поле.

Следует отметить, что в квазиклассическом пределе полученные выражения совпадают с формулами для α и Q размерно-квантованной пленки в области классически сильных магнитных полей.

Осцилляции термомагнитных коэффициентов от толщины имеют место и в случае классических размерных эффектов [9]. Следовательно, можно сделать вывод, что осцилляции кинетических коэффициентов связаны с ограниченностью движения носителей тока размерами пленки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hicks L.D., Dresselhaus M.S. Effect of quantum-well structures on the thermoelectric figure of merit // Phys. Rev. B 47, 1993, p.12727–12731.
2. Андо Т., Фаулер А., Стерн Ф. Электронные свойства двумерных систем. М.:, Мир, 1985, 415 с.
3. Тавгер Б.А., Демиховский В.Я. Квантовые размерные эффекты в полупроводниковых и полуметаллических пленках // УФН, 1968, т.96, с.61-86.
4. Фигарова С.Р. Плотность состояний и осцилляции удельного сопротивления квазидвумерного электронного газа // Вестник БГУ, сер. физ.-мат.наук, 2005, №3, с.127-134.
5. Блох М.Д. Теория квантовых термомагнитных явлений в очень тонких проволоках // ФТТ, 1975, т.17, с.896-903.
6. Романов А.А. Термоэдс размерно-квантованной полупроводниковой пленки // ФТП, 1969, т.19, с.1859-1861.
7. Аскеров Б.М., Кулиев Б.И., Эминов Р.Ф. Термомагнитные явления в размерно-квантованной пленке в сильном магнитном поле // ФНТ, 1977, т.9, в.3, с.344-350.
8. Зеленин С.П., Кондратьев А.С., Кучма А.Е. Термоэдс размерноквантованной пленки в магнитном поле // ФТП, 1982, т.16, с.551-553.
9. Аскеров Б.М. Электронные явления переноса в полупроводниках. М.: Наука, 1985, 312 с.
10. Пшенай-Северин Д.А., Равич Ю.И. Расчет подвижности и термоэлектрической эффективности многослойных структур с квантовыми ямами // ФТП, 2002, т.36, с.974-980.
11. Образцов Ю.Н. Термоэдс полупроводников в квантующем магнитном поле // ФТТ, 1965, т.7, в.2, с.573-581.
12. Борисенко С.И. Физика полупроводниковых наноструктур. Томский Университет, 2010, 250 с.

GÜCLÜ MAQNİT SAHƏSİNDƏ ÖLÇÜYƏ GÖRƏ KVANTLANMIŞ TƏBƏQƏDƏ TERMOEHQ VƏ NERNST-ETTİNQSHAUZEN EFFEKTİ

B.M.ƏSGƏROV, S.R.FİQAROVA, M.M.MAHMUDOV

XÜLASƏ

İşdə güclü maqnit sahəsində olan ölçüyə görə kvantlanmış təbəqədə termoelektrik hərəkət qüvvəsi və Nernst-Ettinqshauzen əmsalı hesablanmışdır. Tapılmışdır ki, təbəqənin qalınlığı azaldıqca Nernst-Ettinqshauzen əmsalı artır və konsentrasiyanın qiymətindən asılı olaraq, hətta massiv nümunədəkindən də böyük olur. Eninə kvantlayıcı maqnit sahəsində ölçüyə görə kvantlanmış təbəqə, hər üç istiqamətdə hərəkətin məhdudlandığı kvant nöqtəsinə çevrilir. Bu halda dalğa funksiyalarından və enerji spektrindən istifadə edərək göstərmək olur ki, termoelektrik hərəkət qüvvəsi hal sıxlığı funksiyasına mütənasib olan entropiya ilə ifadə olunur. Hal sıxlığı ossilliyasiya edən funksiya olduğundan termoelektrik hərəkət qüvvəsidə ossilliyasiya edir. Kvantlayıcı maqnit sahəsində ölçüyə görə kvantlanmış təbəqənin termoelektrik hərəkət qüvvəsinin maksimal qiyməti təyin edilmişdir.

Açar sözlər: ölçüyə görə kvantlanmış təbəqə, kvantlayıcı maqnit sahəsi, termoehq və Nernst-Ettinqshauzen effekti.

THERMOPOWER AND NERNST-ETTINGSHAUSEN COEFFICIENT IN A QUANTUM SIZE FILM IN A STRONG MAGNETIC FIELD

B.M.ASGAROV, S.R.FIGAROVA, M.M.MAHMUDOV

SUMMARY

The thermopower and Nernst-Ettingshausen coefficient in quantum size film in a strong magnetic field are calculated. It was found that with a decrease in film thickness, the Nernst-Ettingshausen coefficient increases and depending on the concentration may be even greater than in the bulk sample. In transverse quantized magnetic field a quantum size film becomes analogous to the quantum dot where movement is restricted in all three directions. Using the wave functions and the energy spectrum it can be shown that in this case, the thermopower is expressed through the entropy of the electron gas, which is proportional to the density of states. Since the density of states is an oscillating function, the maximum value of the thermopower quantum size film in a quantizing magnetic field has been defined.

Key words: quantum size film, quantizing magnetic field, thermopower, Nernst-Ettingshausen coefficient.

Поступило в редакцию: 14.06.2013 г.
Подписано к печати: 17.10.2013 г.